



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI  
DI TRENTO

---

Facoltà di Scienze MM.FF.NN.  
Dipartimento di Matematica

## *Workshop MatFinTN 2012*

Dalla Brinson Attribution  
al Black&Litterman model:  
analisi matematiche  
nell'asset management

D.ssa Tiziana Rigon

**Laurea in Matematica** conseguita presso l'Università di Trento con tesi dal titolo: “Metodi di martingala nelle applicazioni finanziarie”

**Master post-laurea:** “Finanza d’impresa e finanza personale – Adding value in corporate and personal finance” frequentato presso l’istituto I.T.C.G. Fontana di Rovereto nel periodo novembre 2001 - luglio 2002

**Stage:**

- presso il servizio Risk Management del Gruppo Intesa nella sede di Milano per approfondire l’argomento della mia tesi (dicembre 2000-febbraio 2001)
- presso la Direzione Commerciale Funzione Retail di Caritro nella sede di Trento (settembre 2001-ottobre 2001)
- presso l’Azienda Servizi Municipalizzati di Rovereto nell’Ufficio Studi e Valutazioni Investimenti e Finanziamenti (marzo 2002)
- presso la Cassa Centrale delle Casse Rurali Trentine negli uffici Gestioni Patrimoniali e Finanza Integrata (giugno 2002 – luglio 2002)

**Esperienze lavorative**

Da ottobre 2002 lavoro presso l’ufficio **Gestioni Patrimoniali** di **Cassa Centrale Banca** occupandomi delle analisi quantitative inerenti alle linee di gestione

## Servizio di investimento offerto ai clienti delle Casse Rurali trentine e Banche di Credito Cooperativo italiane

**Clienti in gestione:** 11.200 intestatari

**120 Banche:** attive in tutta Italia nella commercializzazione

**Asset in gestione:** 1,2 miliardi di Euro

**Linee di Gestione:** 3 Obbligazionarie



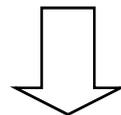
3 Azionarie



8 Bilanciate

3 Quantitative

Gestioni Private



Il lavoro dell'ufficio si concentra nella **definizione degli asset dei portafogli** (analisi macroeconomiche, analisi di settore, analisi tecniche, analisi degli strumenti finanziari, rispetto delle normative ...) **e fondamentali** sono in questo contesto **i controlli e il monitoraggio** dell'andamento dei portafogli in termini assoluti o relativi rispetto ad un indice di riferimento (benchmark).

Il mio lavoro all'interno dell'ufficio è principalmente quello di seguire le **analisi quantitative** inerenti alle linee di gestione.

Nel corso degli anni i principali progetti che abbiamo sviluppato in questo contesto sono stati:

- **Performance Attribution Brinson:** metodologia di scomposizione del rendimento di un portafoglio in componenti riconducibili alle scelte operate dal gestore (es: asset allocation, selezione titoli) in relazione all'indice di riferimento
- **Performance Attribution Obbligazionaria:** metodologia di scomposizione del rendimento di un portafoglio obbligazionario in componenti strettamente legate al mercato obbligazionario (carry, cedola, movimenti curva tassi, spreads,...)
- **Gestioni Gp Quantitative:** costruzione di un modello quantitativo che determina l'asset del portafoglio in base alle correlazioni e ai rendimenti attesi di determinate asset class (Black&Litterman model + controllo VaR)
- **Prospetti Informativi Consob Unit Linked:** analisi degli scenari probabilistici necessari per determinare il grado di rischio di uno strumento finanziario in confronto con un'attività risk-free

E' metodologia di scomposizione del rendimento di un portafoglio in componenti riconducibili alle scelte operate dal gestore (es: asset allocation, selezione titoli,...) in relazione all'indice di riferimento.

Ossia, definiti:

$$\text{Rendimento Portafoglio} = R_p = \sum_{i=1}^n w_{pi} r_{pi}$$

$$\text{Rendimento Benchmark} = R_b = \sum_{i=1}^n w_{bi} r_{bi}$$

Si analizza:

$$\frac{1+R_p}{1+R_b} = \left\{ \begin{array}{l} \text{Componente derivante dalle scelte di security selection} \\ \text{Componente derivante dalla diversa currency} \\ \text{(portaf/bmk)} \\ \text{Componente derivante dalle scelte di peso/security} \\ \text{selection} \\ \text{Componente derivante dalle scelte di asset allocation} \\ \text{Componente derivante dalle scelte di currency} \end{array} \right.$$

E' metodologia di scomposizione del rendimento di un portafoglio obbligazionario in componenti strettamente legate al mercato obbligazionario (Carry, Cedola, movimenti Curva tassi, Spreads,...)

Ossia, definiti:

Rendimento Portafoglio  $R_p = \sum_{i=1}^m w_{pi} r_{pi}$

Si analizza:

$$1+R_p = \left\{ \begin{array}{l} \text{Componente derivante dal passare del tempo} \\ \text{(carry+cedola)} \\ \text{Componente derivante dai movimenti della curva tassi} \\ \text{Componente derivante dagli spreads} \\ \text{Componente derivante dalla currency} \end{array} \right.$$

E' metodologia che permette di ottenere l'asset da investire nel portafoglio in base al modello di ottimizzazione di **Black&Litterman**, evoluzione del modello di Markowitz, che tiene conto dei rendimenti attesi, delle correlazioni, delle view del gestore e del **VaR** (Value at Risk)

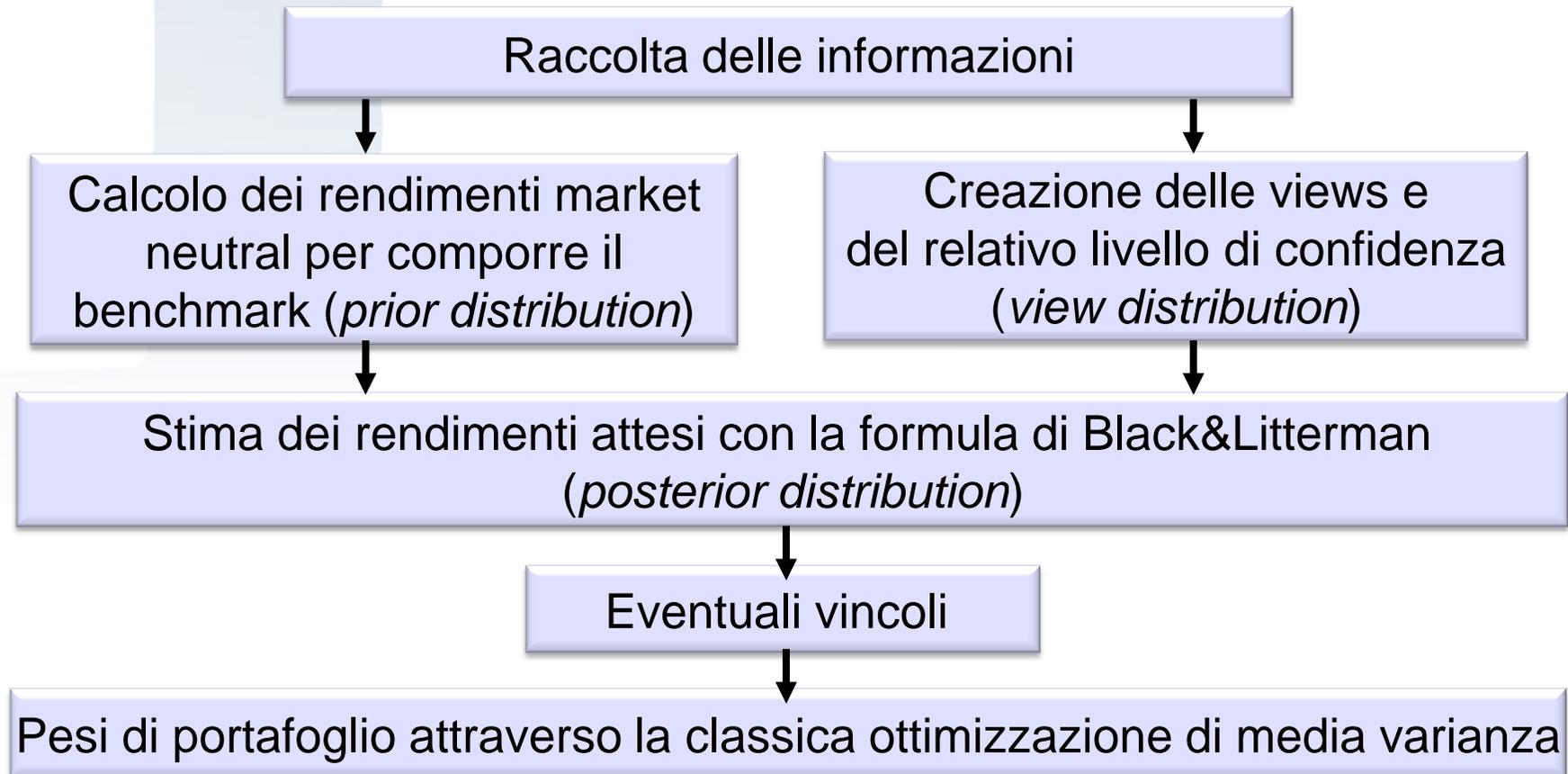
Esempio di un modello di ottimizzazione:

$$\max_{w^*} r_p = \sum_{i=1}^n w_i r_i$$

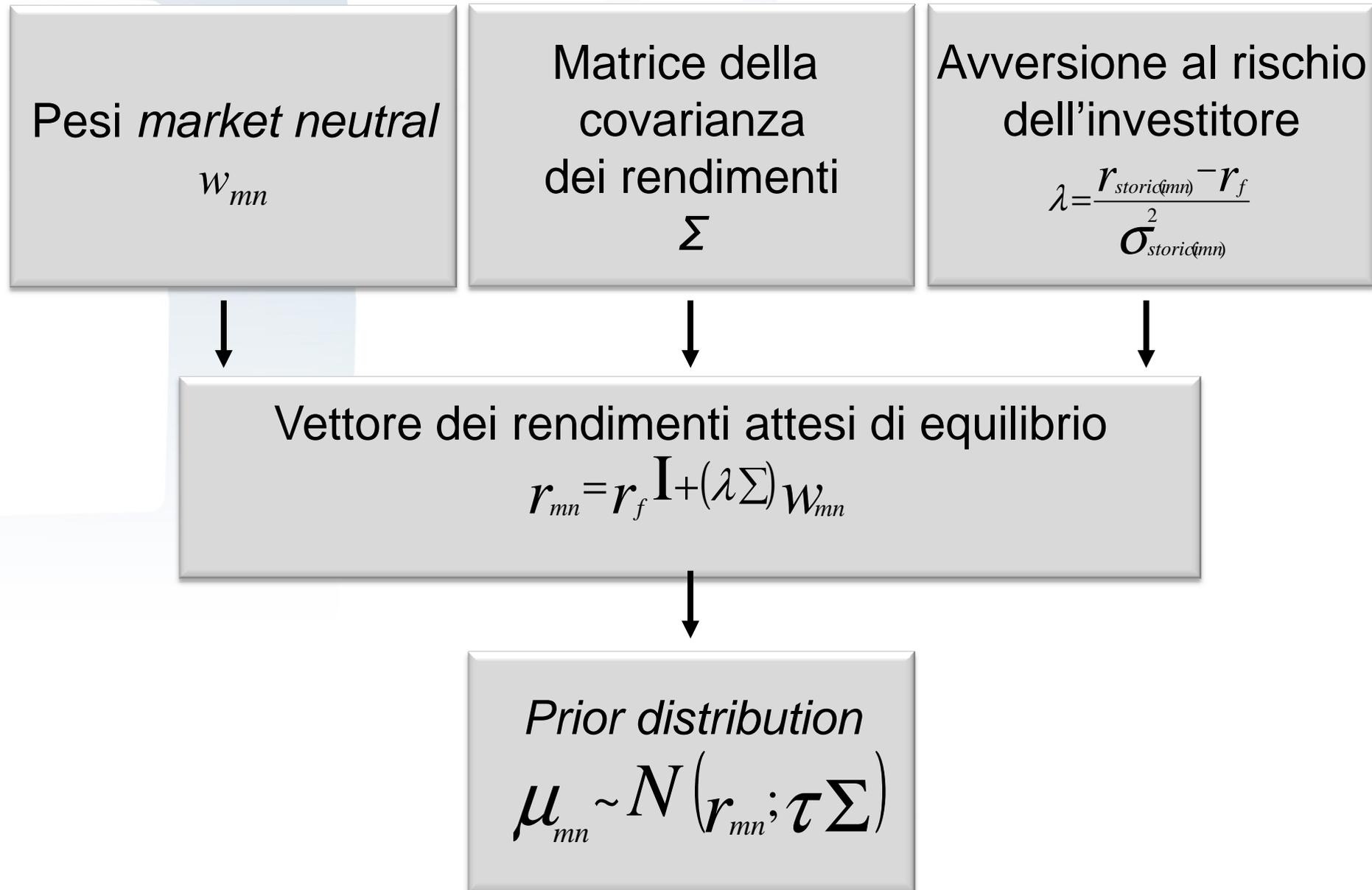
con i vincoli:

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_p = \sqrt{\sum_{i,j=1}^n w_i w_j \sigma_i \sigma_j \rho_{ij}} \\ \sum_{i=1}^n w_i = 1 \\ w_i \geq 0 \quad \forall i = 1, \dots, n \end{array} \right.$$

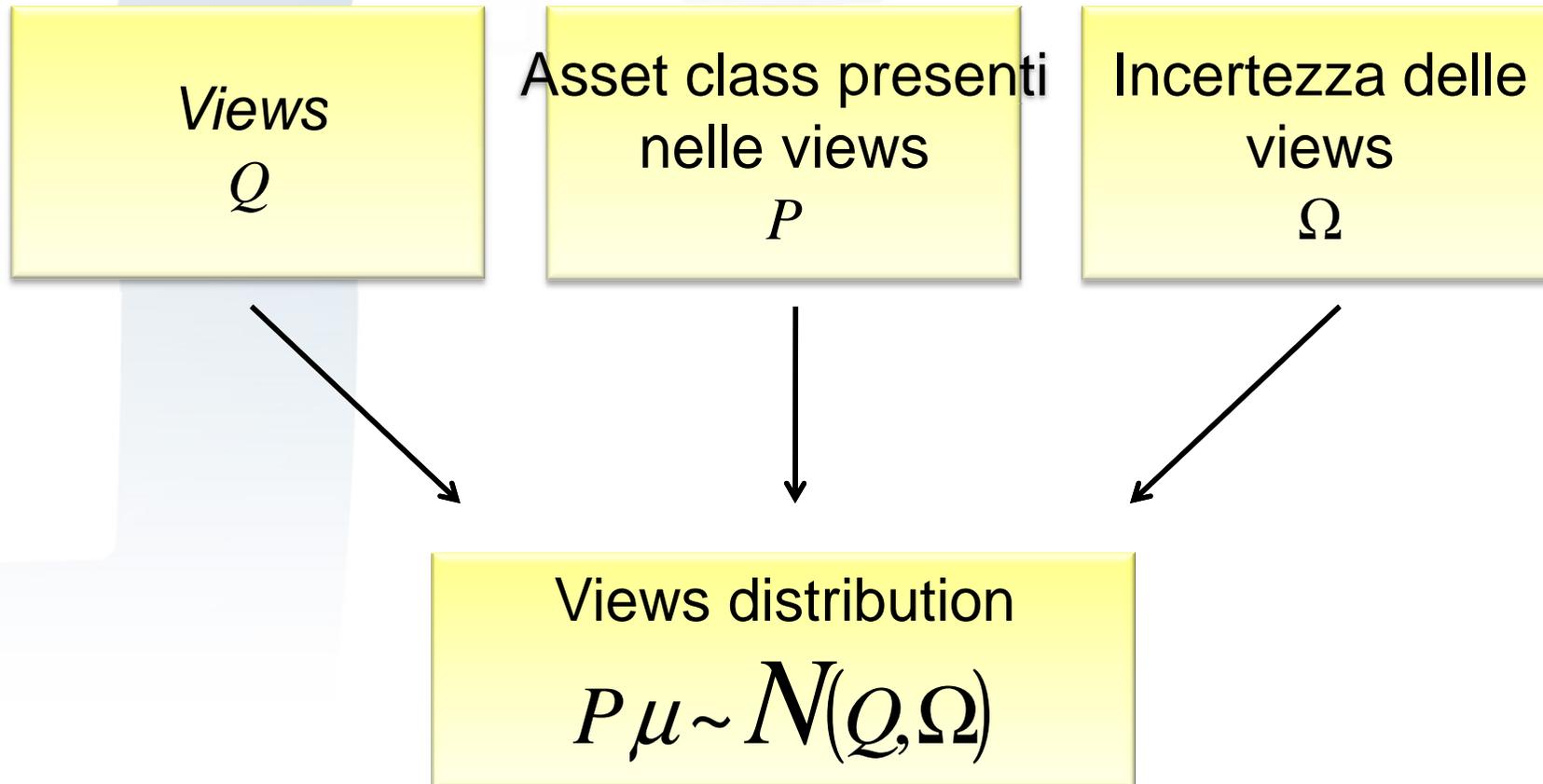
Fisher Black e Robert Litterman (1990) concentrano la loro attenzione sulla **stima dei rendimenti attesi**, integrando le informazioni disponibili con alcune proposizioni soggettive che prendono il nome di “view”. Le attese circa i rendimenti (posterior information) risultano così da un’opportuna **combinazione** tra rendimenti attesi di **equilibrio** (prior information) e le **view** aggiuntive (view information)



## Prior distribution (Black&Litterman)



## Views distribution (Black&Litterman)



## Posterior distribution (Black&Litterman)

*Prior distribution*

$$\mu \sim N(r_{mn}; \tau \Sigma)$$

*Views distribution*

$$P\mu \sim N(Q, \Omega)$$

*Posterior distribution dei rendimenti attesi*

$$\mu \sim N(r_{BL}, \Sigma)$$

dove: 
$$r_{BL} = \left[ (\tau \Sigma)^{-1} + P^T \Omega^{-1} P \right]^{-1} \left[ (\tau \Sigma)^{-1} r_{mn} + P^T \Omega^{-1} Q \right]$$

A questo punto si applica la classica ottimizzazione media-varianza utilizzando i  $r_{BL}$  come rendimenti attesi a cui vengono associati dei vincoli operativi.

La metodologia utilizzata nelle Gp Quantitative si caratterizza poi da un controllo giornaliero del **VaR** che in determinate condizioni di mercato può ulteriormente modificare l'asset del portafoglio.

Analisi degli **scenari probabilistici** necessari per determinare il grado di rischio dello strumento finanziario in confronto con un'attività risk-free:

Determinazione dei parametri che “avvicinano” la realtà al modello di evoluzione del prezzo seguente per un'attività risk-free (Modello Cir):

$$P(t, T) = A(t, T)e^{-B(t, T)*r}$$

Simulazione del prezzo di un'attività priva di rischio (creazione di 100.000 cammini che ipotizzano un andamento futuro dell'attività priva di rischio)

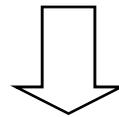
Simulazione del prezzo dell'attività Unit Linked (creazione di 100.000 cammini che ipotizzano un andamento futuro dell'attività) dopo aver stimato i parametri del modello di prezzo supposto

Analisi delle distribuzioni dei risultati

Per agevolare l'applicazione pratica di questi lavori teorici, importantissima è la dimestichezza con:

**Information Provider:** Bloomberg, Reuters, Telekurs,  
**Software:** Risk Metrics, Matlab, Excel,...

**L'applicazione dei progetti** deve essere ben bilanciata tra la miglior correttezza possibile del modello e la consapevolezza che il lavoro deve poter essere usufruito nel lavoro quotidiano dell'ufficio (input semplici da aggiornare, interfaccia chiare, transazioni veloci)



Le **competenze matematiche** possono facilitare determinati ambiti di *analisi* dei progetti e portano ad una particolare attenzione al *dettaglio* che aiuta a non essere superficiali nella loro applicazione

**ma**

devono sempre essere supportate da considerazioni economiche-finanziarie che molto spesso sono meglio conosciute da chi ha maggiori **competenze economiche**